

Buck 变换器的混杂建模

韩俊锋, 张 波, 丘东元

(华南理工大学电力学院, 广州 510640)

摘要:详细分析了 Buck 变换器在不同工作模式之间的切换条件,并建立了 Buck 变换器的精确模型。在建模过程中,对于 Buck 变换器在不同工作模式下的切换条件用相应的逻辑合命题来表示,利用逻辑命题与整数不等式之间的等价关系,把 Buck 变换器的切换条件等价转换成混合整数不等式,并将不等式约束加入到系统方程中来描述系统的混杂特性,从而建立了 Buck 变换器的新型混杂模型。该模型描述形式简单,符合变换器工作时各模式间切换的一般规律,在 DC/DC 变换器的建模上具有一定的理论价值。

关键词:Buck 变换器;逻辑变量;不等式;建模

Hybrid Modeling of Buck Converter

HAN Junfeng, ZHANG Bo, QIU Dongyuan

(School of Electric Power, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

Abstract: The switching conditions of Buck converter in different operating modes is analyzed in detail, and an accurate model is built in this paper. In the modeling process, the switching conditions of Buck converter are described as logical statements. Based on the equivalent translation principle between the logical statements and linear inequalities, the switching conditions of Buck converter can be transformed into mix integer inequalities. The proposed model is a new hybrid model which is different from the existing ones.

Keywords: Buck converter; logical variable; inequality; modeling

DC/DC 变换器是工业上广泛应用的功率变换器之一,对变换器模型的研究正逐渐成为电力电子技术研究的一个热点。DC/DC 变换器的建模方法中最具代表性的是状态空间平均法^[1-2]和平均值等效电路法^[3-4]。状态空间平均法是通过开关占空比加权对时间进行平均处理而得到一个关于原电路统一的状态方程,再经小信号扰动和线性化处理,得到一个统一的等效电路模型;平均值等效电路法是从电路中具体的拓扑结构出发,将电路中的线性部分由受控电压源或电流源进行替换,并进行了平均和

线性化处理,最终得到其线性等效电路模型。因此,状态空间平均法与平均值等效电路法实际上都是一种近似的建模方法。而 DC/DC 变换器是一种强非线性电路,电路在工作中经常存在输入电压或输出负载的大幅度扰动,这时小信号模型中的瞬态响应与系统的实际响应之间的误差就会比较大,因此建立 DC/DC 变换器的精确模型就显得特别重要。

1999 年 Bemporad 和 Morari^[5]提出了混合逻辑动态 MLD(mixed logical dynamical)系统的模型,该模型是把离散变量与系统连续状态变量联系成为一个统一状态方程。由于建模方法适用范围广,且在建模过程没有对系统进行近似变化,因此 MLD 建模方法被许多学者用来研究电力电子变换器的建模^[6-9]。在 DC/DC 变换器中,将开关状态的“开”和“关”看作是离散变量、系统的状态变量看作是连续变量,采用 MLD 建模方法对 DC/DC 变换器进行建

收稿日期:2015-12-08;修回日期:2016-05-10

基金项目:国家自然科学基金重点资助项目(50937001);福建省中青年教育科研项目(JAT170192)

Project Supported by the State Key Program of National Natural Science of China (50937001); the Young and Middle-aged Foundation of Fujian Province Education Research(JAT170192)

模实际上是一种混杂建模过程。Mihaela Sbarciogt 和 Robin De Keyser^[10]建立了开环情况下 Boost 变换器的 MLD 模型,而 Mohammad Hejri 和 Hossein Mokhtari^[11,12]应用 MLD 建模方法分别在闭环控制情况下对 Buck 变换器和 Boost 变换器建立了 MLD 模型,仿真与实验验证了模型的正确性。

虽然 DC/DC 变换器的 MLD 模型是一种精确模型,但是建模过程中引入了一些连续变量及逻辑变量,因此模型本身含有较多不等式,在模型的分析与设计上会存在一些问题。本文针对目前常用的降压电路 Buck 变换器进行建模,在 MLD 的建模方法的基础上,从变换器的工作机理出发,建立了 Buck 变换器混杂模型,该模型描述形式简单,符合变换器工作时各模式间切换的一般规律,在 DC/DC 变换器的建模上具有一定的理论价值。

1 逻辑命题与混合整数不等式

混合逻辑动态系统是由相互依赖的物理规律、逻辑法则以及一系列约束条件组成的系统,因此把命题与逻辑变量联系起来是解决问题的关键。用 X_i 表示命题,用“T”(true)和“F”(false)表示命题的真假。引入逻辑变量 $\delta_i \in \{0,1\}$,与相应的命题联系起来,当 $X_i=T$ 时, $\delta_i=1$; 当 $X_i=F$ 时, $\delta_i=0$,即 $X_i=T \leftrightarrow \delta_i=1$ 。利用上面的逻辑关系与混合整数不等式之间的联系,考虑同时具有连续动态事件和离散事件的混合系统,用命题语句及逻辑变量进行描述。

命题 $X_i \triangleq [f(x) \leq 0]$, 其中 $f: R^n \rightarrow R, x \in X, X$ 为给定的集合。定义: $M = \max_{x \in X} f(x), m = \min_{x \in X} f(x)$ 。

命题语句与混合整数不等式间的关系^[9]为

$$\begin{cases} [f(x) \leq 0] \wedge [\delta = 1] \text{为真} \Leftrightarrow f(x) - \delta \leq -1 + m(1 - \delta) \\ [f(x) \leq 0] \vee [\delta = 1] \text{为真} \Leftrightarrow f(x) \leq M\delta \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \sim[f(x) \leq 0] \text{为真} \Leftrightarrow f(x) \geq \varepsilon \\ [f(x) \leq 0] \rightarrow [\delta = 1] \text{为真} \Leftrightarrow f(x) \geq \varepsilon + (m - \varepsilon)\delta \end{cases} \quad (2)$$

$$[f(x) \leq 0] \leftrightarrow [\delta = 1] \text{为真} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq \varepsilon + (m - \varepsilon)\delta \\ f(x) \leq M(1 - \delta) \end{cases} \quad (3)$$

式中, ε 为任意小的正数, $\varepsilon > 0$ 。

对于逻辑变量与逻辑变量的乘积 $\delta_1 \delta_2$ 及逻辑变量与函数项的乘积 $y = \delta f(x)$, 文献[5]也给出了命题语句与混合整数不等式间的关系,即

$$\delta_3 = \delta_1 \delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} -\delta_1 + \delta_3 \leq 0 \\ -\delta_2 + \delta_3 \leq 0 \\ \delta_1 + \delta_2 - \delta_3 \leq 1 \end{cases} \quad (4)$$

$$y = \delta f(x) \Leftrightarrow \begin{cases} y \leq M\delta \\ y \geq m\delta \\ y \leq f(x) - m(1 - \delta) \\ y \geq f(x) - M(1 - \delta) \end{cases} \quad (5)$$

2 Buck 变换器动态分析

Buck 是一种典型的 DC/DC 变换器,具有降压功能,其电路拓扑结构如图 1 所示。图 1 中, R 表示输出负载, C 表示电容, v_o 表示输出电压, L 表示电感系数, i_L 表示电感电流, v_s 表示输入电压。

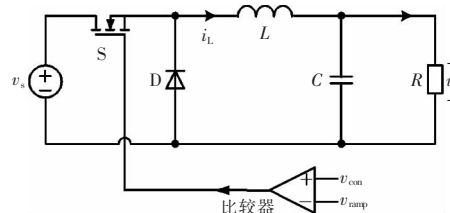


图 1 Buck 变换器电路拓扑

Fig.1 Topology buck converter circuit

定义系统的连续变量 $x(t) = [x_1, x_2]^T = [i_L, v_o]^T$, 当电感电流 $i_L (i_L > 0)$ 连续时, 则一个开关周期可以分为如下两个阶段。

阶段 1: 当开关闭合时, 二极管反向截止, Buck 变换器工作于模式 1, 其等效电路如图 2 所示。

由图 2 可得 Buck 变换器模式 1 的状态方程为

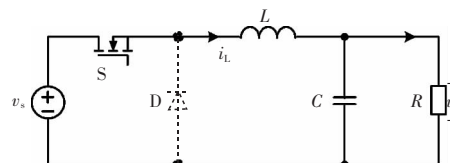


图 2 Buck 变换器模式 1 的等效电路

Fig.2 Equivalent circuit of Buck converter in mode 1

$$\dot{x} = \mathbf{A}_1 x + \mathbf{B}_1 v_s \quad (6)$$

$$\text{其中: } \mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1/L \\ 1/C & -1/RC \end{bmatrix}, \mathbf{B}_1 = \begin{pmatrix} 1/L \\ 0 \end{pmatrix}.$$

阶段 2: 当开关断开且二极管导通时, Buck 变换器工作于模式 2, 等效电路如图 3 所示。由图 3 可得 Buck 变换器模式 2 的状态方程为

$$\dot{x} = \mathbf{A}_2 x \quad (7)$$

$$\text{其中, } \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & -1/L \\ 1/C & -1/RC \end{bmatrix}.$$

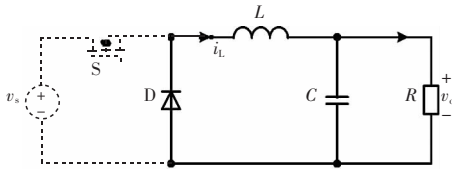


图 3 Buck 变换器模式 2 的等效电路

Fig.3 Equivalent circuit of Buck converter in mode 2

阶段 2 中, 开关断开时电感电流 i_L 逐渐变小, 当 $i_L=0$, 即当电感电流出现断续情况时, 则 Buck 变换器工作于模式 3, 等效电路如图 4 所示。由图 4 可得 Buck 变换器模式 3 的状态方程为

$$\dot{x} = \mathbf{A}_3 x \quad (8)$$

$$\text{其中, } \mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1/RC \end{bmatrix}.$$

从以上分析可以看出, Buck 变换器在不同的工作模式下, 相应的状态方程也不同。

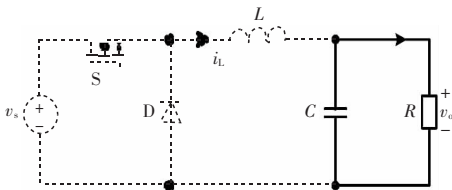


图 4 Buck 变换器模式 3 的等效电路

Fig.4 Equivalent circuit of buck converter in mode 3

3 Buck 变换器的建模

文献[5]中的离散形式 MLD 模型, 利用不等式描述控制系统的逻辑关系和约束关系, 并将不等式约束加入到系统方程描述系统的混杂特性。

为建立 Buck 变换器的混合逻辑动态模型, 引入逻辑变量 $\delta_i (i=1, 2, 3)$, 表示系统的 3 个工作模式, $\delta_i \in \{0, 1\}$ 且满足 $\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 = 1$, 即变换器在任意时刻只能实现某一种工作模式, 则状态方程改为

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^3 \delta_i \mathbf{A}_i x + \delta_1 \mathbf{B}_1 v_s \quad (9)$$

引入下列逻辑命题:

命题 1: $v_{\text{con}} - v_{\text{ramp}} \geq 0$ 时开关闭合, 即变换器工作于模式 1。

命题 2: 开关断开且 $i_L(t) > 0$, 即变换器工作于模式 2。

命题 3: 开关断开且 $i_L(t) \leq 0$, 即变换器工作于模式 3。

由于模式 2 到模式 3 的过程取决 $i_L(t)$ 的大小, 故再引入一个逻辑变量 δ_4 表示 $i_L(t) > 0$ 。则上述逻辑命题与逻辑变量可以表示为

$$\begin{cases} [v_{\text{con}} - v_{\text{ramp}} \geq 0] \leftrightarrow [\delta_1(t) = 1] \\ [i_L > 0] \leftrightarrow [\delta_4(t) = 1] \\ \{[\delta_1(t) = 0] \wedge [\delta_4(t) = 1]\} \leftrightarrow [\delta_2(t) = 1] \\ \{[\delta_1(t) = 0] \wedge [\delta_4(t) = 0]\} \leftrightarrow [\delta_3(t) = 1] \end{cases} \quad (10)$$

于是式(10)中的部分关系式可以用逻辑变量与逻辑变量的乘积项描述, 即

$$\begin{cases} [v_{\text{con}} - v_{\text{ramp}} \geq 0] \leftrightarrow [\delta_1(t) = 1] \\ [i_L > 0] \leftrightarrow [\delta_4(t) = 1] \\ \delta_2(t) = (1 - \delta_1(t)) \delta_4(t) \\ \delta_3(t) = (1 - \delta_1(t)) (1 - \delta_4(t)) \end{cases} \quad (11)$$

利用式(1)~式(5), 逻辑关系式(10)和式(11)可以转化为

$$\begin{cases} -m\delta_1 \leq v_{\text{con}} - v_{\text{ramp}} - m \\ -\delta_1(M + \varepsilon) \leq -(v_{\text{con}} - v_{\text{ramp}}) - \varepsilon \\ -M\delta_4 \leq -i_L \\ m + (\varepsilon - m)\delta_4 \leq i_L \\ \delta_1 + \delta_4 \leq 1 \\ \delta_2 - \delta_4 \leq 0 \\ -\delta_1 + \delta_4 - \delta_2 \leq 0 \\ \delta_1 + \delta_3 \leq 1 \\ \delta_3 + \delta_4 \leq 1 \\ -\delta_1 - \delta_4 - \delta_3 \leq -1 \end{cases} \quad (12)$$

设 $\delta = [\delta_1 \ \delta_2 \ \delta_3 \ \delta_4]'$, $v_{con} = K(v_{ref} - v_o)$, 其中 K 为比例系数。式(12)写成矩阵不等式的形式, 再结合式(9), 则 Buck 变换器的模型可以描述为

$$\begin{cases} \dot{x} = \sum_{i=1}^3 \delta_i A_i x + \delta_4 B_1 v_s \\ E_2 \delta \leq E_1 x + E_3 \end{cases} \quad (13)$$

其中:

$$E_1 = \begin{bmatrix} 0 & -K \\ 0 & K \\ -1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, E_2 = \begin{bmatrix} -m & 0 & 0 & 0 \\ -M-\varepsilon & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -M \\ 0 & 0 & 0 & -m+\varepsilon \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix},$$

$$E_3 = \begin{bmatrix} K v_{ref} - v_{ramp} - m \\ -K v_{ref} + v_{ramp} - \varepsilon \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

在式(13)模型中, 通过对约束条件的计算, 可以得到逻辑变量 $\delta_i (i=1,2,3,4)$ 和系统的状态变量 x 。式(13)模型的建模过程中结合了 Buck 变换器自身的特点, 利用逻辑变量与不等式的关系, 引入 4 个逻辑变量建立了 Buck 变换器的混杂模型。与已有的混杂模型^[11-12]相比, 式(13)采用了较少的逻辑变量, 使得模型的约束条件变得更加简单; 且建模过程采用的是系统运行时的瞬时变量, 没有任何的假设条件。因此模型式(13)是一个高精度的模型, 它把系统在各个阶段的工作条件转成矩阵不等式, 改变了传统建模方法以时间区间作为工作条件的想法, 使得模型在应用上解决了各阶段工作条件时间区间不易求解的困难。

4 仿真实验

以 Buck 变换器工作在连续导通模式 CCM(continuous conduction mode)和断续导通模式 DCM(discontinuous conduction mode)的情况为例验证式(13) Buck 变换器模型的正确性。基于 Matlab 的 Buck 变换器仿真参数选取如下: 开关频率 $f=10 \text{ kHz}$, 输入电压 $v_s=20 \text{ V}$, 参考电压 $v_{ref}=8 \text{ V}$, 电感 $L=1 \text{ mH}$, 电容 $C=100 \text{ }\mu\text{F}$, 常数 $K=6, M=1 \text{ }000, m=-1 \text{ }000, \varepsilon=10^{-8}$, 扰动负载 R 为 $10 \text{ }\Omega [t \in (0, 0.02)], 60 \text{ }\Omega [t \in (0.02, 0.04)], 10 \text{ }\Omega [t \in (0.04, 0.06)]$ 。仿真结果如图 5 和图 6 所示。

仿真结果表明, 当 Buck 变换器的负载电阻 R 为 $10 \text{ }\Omega$ 时, 变换器工作在 CCM 模式; 当 $t \in (0.02, 0.04)$ 时, Buck 变换器的负载电阻 R 为 $60 \text{ }\Omega$ 时, 变换器工作在 DCM 模式。因此, 仿真结果说明对于模型式(13)无论 Buck 变换器工作在 CCM 模式还是 DCM 模式, 其输出电压都能保持稳定, 即 Buck 变换器混杂模型与理论分析基本一致。

仿真结果表明, 当 Buck 变换器的负载电阻 R 为 $10 \text{ }\Omega$ 时, 变换器工作在 CCM 模式; 当 $t \in (0.02, 0.04)$ 时, Buck 变换器的负载电阻 R 为 $60 \text{ }\Omega$ 时, 变换器工作在 DCM 模式。因此, 仿真结果说明对于模型式(13)无论 Buck 变换器工作在 CCM 模式还是 DCM 模式, 其输出电压都能保持稳定, 即 Buck 变换器混杂模型与理论分析基本一致。

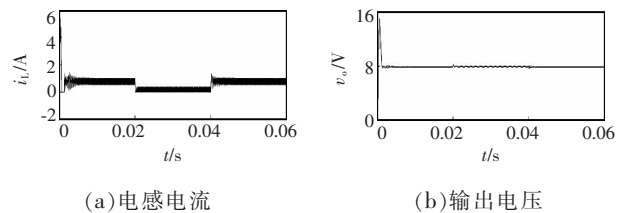


图 5 Buck 变换器电感电流及输出电压波形

Fig.5 Waveforms of inductor current and output voltage of the Buck converter

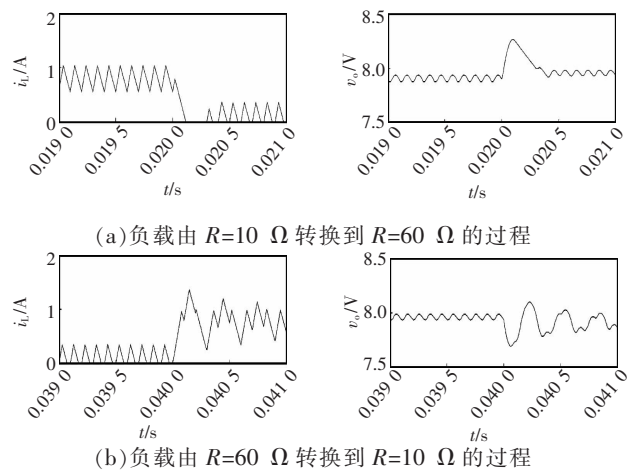


图 6 负载扰动时 Buck 变换器电感电流及输出电压瞬态波形

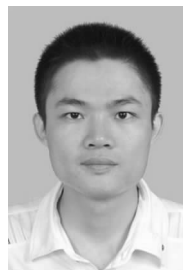
Fig.6 Transient waveforms of inductor current and output voltage the Buck converter when the load changed

5 结语

本文对 Buck 变换器工作在 CCM 和 DCM 的情况下进行分析,把不同模态间的切换条件等效转换成混合整数不等式,建立了 Buck 变换器的新型混杂模型。与原有模型相比,该模型中包含的逻辑变量较少,模型的表达形式比较简单,是一个高精度模型,有助于对 Buck 变换器动态特性进行更加详细的分析。仿真结果与理论分析基本一致,进一步验证了模型的正确性及有效性。

参考文献:

- [1] Middlebrook R D, Cuk S. A general unified approach to modeling switching power converter stages[J]. Proceedings of the IEEE Power Electronics Specialists Conference, 1982:240-250.
- [2] Mahdavi J, Emaadi A, Bellar M D, et al. Analysis of power electronic converters using the generalized state-space averaging approach[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 1997, 44(8):767-770.
- [3] Chetty P R K. Current injected equivalent circuit approach to modeling switching DC-DC converters[J]. IEEE Transaction on Aerospace and Electronics Systems, 1981, 17(6): 802-808.
- [4] Voprerina V, Tymerski R, Lee F C Y. Equivalent circuit approach to models for resonant and PWM switches [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 1989, 4(2):205-214.
- [5] Bemporad A, Morari M. Control of systems integrating logic dynamic and constraints[J]. Automatica, 1999, 35(3):407-427.
- [6] Du Jingjing, Song Chunyue, Li Ping. Modeling and control of a continuous stirred tank reactor based on a mixed logical dynamical model[J]. Chinese Journal of Chemical Engineering, 2007, 15(4): 533-538.
- [7] 张聚, 谢作樟, 杨光利. DC/DC 变换器混合逻辑动态建模与约束优化控制策略[J]. 电机与控制学报, 2012, 16(4): 106-112.
- Zhang Ju, Xie Zuozhang, Yang Guangli. Mix logical dynamical modeling and constrained optimal PWM control of DC/DC converter[J]. Electric Machines and Control, 2012, 16(4): 106-112(in Chinese).
- [8] 郑雪生, 李春文, 戎袁杰. DC/AC 变换器的混杂系统建模及预测控制[J]. 电工技术学报, 2009, 24(7):87-92.
- Zheng Xuesheng, Li Chunwen, Rong Yuanjie. Hybrid dynamic modeling and model predictive control for DC/AC converter[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2009, 24(7):87-92(in Chinese).
- [9] Li Na, Sun Jian, Fang Yanjun. Model auto-creation method of hybrid system based on MLD[C]. Control and Decision Conference (CCDC), 2008:3821-3824.
- [10] Sbarciog M, Keyser R D. A MLD model development of a boost converter[C]. Proceedings of the 9th International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment. Industrial Automation and Control, 2004, 3:233-240.
- [11] Hejri M, Mokhtari H. Global hybrid modeling and control of DC-DC converters: A Boost converter topology[C]. 24th International Power System Conference, 2009:1-12.
- [12] Hejri M, Mokhtari H. Global hybrid modeling and control of a Boost converter: A novel concept[J]. International Journal of Circuit Theory and Applications, 2009, 37(9):968-986.



韩俊锋

作者简介:

韩俊锋(1983-),男,博士研究生,研究方向:电力电子系统分析与控制,E-mail: huj912@163.com。

张波(1962-),男,通信作者,博士,教授,研究方向:电力电子及电气传动、电力电子变换器非线性现象等,E-mail: epbzhang@scut.edu.cn。

丘东元(1972-),女,博士,教授,研究方向:电力电子系统非线性现象和故障诊断方法,E-mail: epdyqiu@scut.edu.cn。